## Aufgabenblatt für den Heimversuch Experiment zur Überprüfung von Luftreibungsmodellen

Praktikum Klassische Physik II für Lehramtskandidaten

Sommersemester 2025

## 1 Einleitung

Bei der relativen Bewegung eines Körpers in einem Fluid wirkt eine Strömungskraft auf die Oberfläche des Körpers, die von dem Fluid auf diese ausgeübt wird. Die Strömungskraft wirkt dabei entgegen der Bewegungsrichtung des Körpers und wird auch als Strömungswiderstand, bzw. an der Luft als Luftreibung, bezeichnet. In diesem Experiment wird der freie Fall eines Körpers in der Luft untersucht. Der Körper, also das fallende Objekt, bewegt sich mit einer Relativgeschwindigkeit zum hier als ruhend angenommenen Fluid, der Luft.

## 2 Organisatorisches

- Der Bericht über Ihre Experimente stellt eine Einzelleistung dar, weshalb jede:r Studierende einen selbstverfassten Bericht abzugeben hat.
- Da der Wissenschaftsbetreib vom gegenseitigen Austausch lebt, fordern wir Sie dazu auf, Ihre Ideen, Unklarheiten und Probleme gemeinsam zu besprechen. Würdigen Sie Ihre Kommiliton:innen gerne in Form einer Danksagung oder als Mitautor - je nach Umfang der Unterstützung und Mitarbeit.
- Am **15.07.2025** haben Sie keinen Anwesenheitstermin im Praktikum, damit Sie die Zeit zuhause zur Durchführung des Heimversuchs nutzen können.
- Einen ausführlichen Bericht über die Experimente müssen Sie als PDF-Datei bis zum **23.07.2025** an folgende E-Mail-Adresse schicken: antje.bergmann@kit.edu
- Dokumentieren Sie Ihre Gedanken, Ihr Vorgehen und Ihre Ergebnisse fortlaufend und nicht erst im Nachhinein. Im Bericht sollen Sie Ihre Schritte nachvollziehbar dokumentieren.
- Ihr Bericht wird mit Anmerkungen an Sie zurückgesandt, ggf. mit der Bitte um Korrektur oder Ergänzung.
- Das Praktikum gilt als bestanden, wenn außer den Präsenzversuchen auch der Bericht zum Heimversuch als ausreichend anerkannt wird und Sie an der anschließenden Nachbesprechung teilgenommen haben, bei der es um die Reflexion des Heimversuchs gehen wird.

## 3 Theorie

## 3.1 Wirkende Kräfte

Auf den Körper wirken im freien Fall zwei Kräfte: Die Gewichtskraft  $F_G$ , die den Körper in Richtung des Bodens beschleunigt sowie der Strömungswiderstand  $F_W$ , der oft auch als Luftreibungskraft bezeichnet wird, und in die entgegengesetzte Richtung zur Gewichtskraft wirkt.

Beim Loslassen des Körpers wird dieser zunächst von der Gewichtskraft nach unten beschleunigt. Mit der zunehmenden Geschwindigkeit wächst auch die Luftreibungskraft, bis sich schließlich ein Kräftegleichgewicht zwischen Geschwichtskraft und der entgegengerichteten Luftreibungskraft einstellt. Für die Geschwindigkeit des Körpers bedeutet dies, dass sich diese asymptotisch einer konstanten Endgeschwindigkeit annähert.

Unter dem folgenden Link finden Sie eine Animation der wirkenden Kräfte:

https://www.geogebra.org/m/utf4crxb.

## 3.2 Wichtige Größen und Grundbegriffe

## 3.2.1 Fluide

Fluide zeichnen sich dadurch aus, dass sie sich bei Schubspannungen kontinuierlich verformen und damit unbegrenzt deformierbar sind. Damit unterscheiden sie sich von Festkörpern. Beispiele für Fluide sind Gase oder Flüssigkeiten; in diesem Fall die Luft.

## 3.2.2 Laminare und turbulente Strömungen

Fließt ein Fluid in Schichten, die sich nicht miteinander vermischen, sodass das Material einer Schicht innerhalb dieser bleibt, so spricht man von laminaren Strömungen.

Bei turbulenten Strömungen treten an den Grenzschichten Verwirbelungen auf, die beispielsweise durch hohe Geschwindigkeiten des Fluids hervorgerufen werden.

## 3.2.3 Die Reynolds-Zahl

Die Reynolds-Zahl *Re* ist eine dimensionslose Kennzahl, die Hinweise über den Strömungszustand eines Systems (laminare oder turbulente Strömungen) liefert, wenn sich Objekte relativ zu Fluiden bewegen.

Ab einem kritischen Wert der Reynolds-Zahl liegt eine erhöhte Wahrscheinlichkeit vor, dass laminare Strömungen in turbulente übergehen. Dabei handelt es sich jedoch um keinen exakten Wert, sondern um einen Bereich der Reynolds-Zahl, der abhängig vom betrachteten Problem ist.

Berechnet wird die Reynolds-Zahl über

$$Re = \frac{v \cdot L}{\nu},\tag{1}$$

wobei v die Relativgeschwindigkeit, L die charakteristische Länge des Objekts (oft der Radius oder Durchmesser des Objekts) und  $\nu$  die kinematische Viskosität des Fluids ist.

## **3.2.4** Der $c_W$ -Wert

Der  $c_W$ -Wert, auch Widerstandsbeiwert genannt, ist eine dimensionslose Kennzahl, die bei der Angabe des Strömungswiderstands eines Körpers genutzt wird. Er ist abhängig von der Geometrie des Körpers, der Beschaffenheit seiner Oberfläche sowie der Reynolds-Zahl.

## 3.3 Reibungsmodelle

Zur Beschreibung des Strömungswiderstands existieren je nach Strömungszustand zwei Modelle, deren Gültigkeit Sie für den freien Fall in der Luft überprüfen sollen.

## 3.3.1 Newtons Modell

Nach dem Modell von Newton hängt der Strömungswiderstand quadratisch von der Relativgeschwindigkeit von Körper und Fluid ab. Es wird dann angewendet, wenn turbulente Strömungen bei der Bewegung des Körpers

im Fluid auftreten. In diesem Fall liegt die Reynoldszahl im Bereich  $10^3 < Re < 10^5$ . Nach Newtons Modell wird der Strömungswiderstand über die folgende Formel berechnet:

$$F_{WN} = -\frac{1}{2}\rho A c_W v^2. \tag{2}$$

Dabei ist  $\rho$  die Dichte des Fluids, A die Stirn- bzw. Schattenfläche des Objekts, die man hier durch Projektion des Körpers auf eine Fläche senkrecht zur Bewegungsrichtung erhält,  $c_W$  ist der Widerstandsbeiwert und v die Relativgeschwindigkeit. Das negative Vorzeichen beschreibt, dass die Kraft entgegen der Bewegungsrichtung wirkt.

#### 3.3.2 Stokes Modell

Stokes Modell geht davon aus, dass der Strömungswiderstand proportional zur Relativgeschwindigkeit ist und wird beim Auftreten von laminaren Strömungen verwendet. Hier liegen die Reynolds-Zahlen im deutlich kleineren Bereich von Re < 1.

Bei kugelförmigen Objekten bzw. Körpern mit kreisförmiger Stirnfläche wird der Strömungswiderstand über folgenden Zusammenhang ausgedrückt:

$$F_{WS} = -6\pi R\eta v. \tag{3}$$

Mit R wird der Radius der Stirnfläche bezeichnet, v bezeichnet die Relativgeschwindigkeit und  $\eta$  die dynamische Viskosität des Fluids. Auch hier gibt das Vorzeichen die Richtung der wirkenden Kraft an.

## 4 Vorbereitung

- 1. Laden Sie sich die Videoanalysesoftware *Tracker* herunter und installieren Sie diese. Die Software ist konstenlos und unter folgendem Link zu finden: https://physlets.org/tracker/.
- 2. Machen Sie sich mit der Software vertraut. Anleitungen zu Tracker finden Sie z.B. auf dem Lehrerfortbildungsserver Baden-Württemberg: https://lehrerfortbildung-bw.de/u\_matnatech/physik/gym/bp2016/fb5/4\_mechanik/2\_mb/02\_tracker/ oder auf YouTube: https://www.youtube.com/watch?v=La3H7JywgX0.
- 3. Lesen Sie sich die theoretischen Grundlagen durch. Für die beiden Modelle gilt jeweils, dass der fallende Körper von der Gewichtskraft beschleunigt wird, wodurch seine Geschwindigkeit zunimmt. Mit zunehmender Geschwindigkeit nimmt jedoch auch der der Gewichtskraft entgegengerichtete Strömungswiderstand  $F_{WN}$  bzw.  $F_{WS}$  zu. Schließlich wird ein Kräftegleichgewicht  $F_G = F_{WN}$  bzw.  $F_G = F_{WS}$  erreicht, sodass der Körper eine konstante Geschwindigkeit annimmt.

Berechnen Sie diese konstante Geschwindigkeit für beide Modelle. Inwiefern hängen die Geschwindigkeiten jeweils von der Masse des fallenden Körpers ab?

4. Für die Durchführung des Experiments erhalten Sie von uns Muffinförmchen, deren freien Fall Sie auswerten werden. Diese können ineinandergelegt werden, sodass die Masse bei gleicher Geometrie verändert werden kann.



Abbildung 1: Muffinförmchen für die Durchführung des Experiments.

Die Anzahl an Förmchen, die Sie verwenden können, um sinnvolle Ergebnisse zu erhalten, ist aus massetechnischen Gründen nach oben hin bei etwa fünf Förmchen begrenzt. Eine Methode, um sinnvolle Zwischenschritte für die Masse zu erhalten, ist die Verwendung von Papierstückchen, die Sie in die Muffinförmchen legen können. Hierfür erhalten Sie von uns Millimeterpapier. Sie können natürlich auch eigene Ideen für die Zwischenschritte umsetzen.

## 5 Aufgabenstellungen

## 5.1 Überprüfung der Modelle über die konstante Endgeschwindigkeit

## 5.1.1 Ziel

Das Ziel des Experiments und der Auswertung ist die Überprüfung der beiden oben beschriebenen Modelle von Newton und Stokes für den freien Fall eines Objekts in Luft unter realen Bedingungen. Für die Überprüfung soll die Videoanalysesoftware *Tracker* verwendet werden. Die Modellüberprüfung soll anhand des Zusammenhangs zwischen der Masse des Objekts und dessen konstanter Endgeschwindigkeit erfolgen. Diesen Zusammenhang haben Sie in der Vorbereitung für die beiden Modelle hergeleitet.

## 5.1.2 Messung und Durchführung

- Um die Gültigkeit der Modelle zu überprüfen, sollen Sie Muffinförmchen verwenden, die Sie aus einer bestimmten Höhe fallenlassen.
- Sie erhalten von uns Muffinförmchen für den Versuch. Die blauen Förmchen weisen jeweils eine Masse von 0,427g auf, die pinken eine Masse von 0,444g. Zudem stellen wir Ihnen Millimeterpapier der Stärke 80g m<sup>-2</sup> zur Verfügung.
- Der Fall der Förmchen soll von Ihnen gefilmt und im Anschluss mit der Software *Tracker* ausgewertet werden. Nehmen Sie Videos von **etwa acht bis zehn verschiedenen Massen** auf und **filmen Sie den Fall eines Objekts mehrmals** für genauere Ergebnisse<sup>1</sup>.
- Tracken Sie den Fall eines bzw. mehrerer Muffinförmchen per Autotracker-Funktion oder im manuellen Modus. Für genauere Ergebnisse **tracken Sie das Objekt in einem Video ebenfalls mehrmals**. Insgesamt sollten Sie somit für das Objekt einer Masse mehrere Fallvorgänge aufgezeichnet haben, die sie jeweils mehrmals ausgewertet haben.



Abbildung 2: Oberfläche der Software Tracker.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Es hat sich aus Gründen der Übersichtlichkeit und des zeitlichen Aufwands als sinnvoll erwiesen, nicht für jeden Fallvorgang ein eigenes Video aufzunehmen, sondern wenige längere Videos, in denen Sie mehrere Fallvorgänge aufzeichnen. Denken Sie daran, im Video zu kennzeichnen (z.B. mit einem beschrifteten Blatt Papier), wie viele Förmchen bzw. Papierstücke Sie gerade verwenden.

## 5.1.3 Auswertung

Ziel

• Das Ziel der Auswertung ist, herauszufinden, ob das Stokes- oder das Newton-Modell für die Luftreibung gültig ist. Dies können Sie erreichen, indem Sie die Masse bzw. die Wurzel der Masse der fallengelassenen Objekte auf der x-Achse und die zugehörige konstante Endgeschwindigkeit auf der y-Achse auftragen, eine Anpassung dieser durchführen und die jeweilige Anpassungsgüte analysieren.

## Bestimmung der Endgeschwindigkeiten

• Die konstanten Endgeschwindigkeiten bestimmen Sie per Videoanalyse. Wählen Sie hierfür nach dem Tracken die *y*-Daten aus, wie in Abbildung 4 gezeigt. Per Rechtsklick mit der Maus auf die Wertetabelle öffnet sich das Tab "Datenanalyse". Zur Anpassung Ihrer daten klicken Sie auf *Analyse*.

Sichtbare Tabellenspalten	X	III Daten ▼ ♦ Masse A ▼	۵
		<u>t (s)</u>	y (m)
♦ Masse A		1,213	-343,1 🔺
	Pr	1,230	-353,6
		1,247	-364,1
VX VY V		1,263	-374,6
ax ay a	- ea	1,280	-385,3
рх ру р	θр	1,297	-395,9
θ ω α	<b>□</b> κ	1,313	-406,2
step frame pixelx	pixely	1,330	-416,3
		1,347	-426,3
		1,363	-436,3
Definiere Textspalten S	chließen	1,380	-446,1
		1,397	-456,4
		1 413	-466.5

Abbildung 3: Auswahl der sichtbaren Daten in der Tabelle für die Analyse.

- Führen Sie mit Ihren getrackten Daten **in** *Tracker* im Tab "Datenanalyse" eine Anpassung (Fit) der Daten durch, um so die konstante Endgeschwindigkeit eines Objekts zu ermitteln. Schätzen Sie zunächst ab, ab welcher Stelle die Endgeschwindigkeit erreicht wird und wählen Sie nur die darauffolgenden Datenpunkte bis zum Auftreffen des Objekts auf dem Boden, indem Sie die Werte mit der Maus in der Wertetabelle markieren (siehe Abbildung 4).
- Bestimmen Sie so für jede Masse mehrfach die jeweilige Endgeschwindigkeit und berücksichtigen Sie Messunsicherheiten. Als **Fehlerbalken** verwenden Sie die Standardabweichung aus den Mehrfachmessungen.



Abbildung 4: Linearer Fit der markierten Daten (rot markiert).

#### Bestimmung des gültigen Modells

- Nach Bestimmung der Endgeschwindigkeiten für alle aufgenommenen Massen, erstellen Sie die gewünschte Messreihe, die die Endgeschwindigkeit in Abhängigkeit der Masse bzw. der Wurzel der Masse darstellt.
- Mit den Daten der Endgeschwindigkeiten führen Sie nun Anpassungen (Fits) (z.B. in Origin) durch. Prüfen Sie dabei auf einen linearen oder quadratischen Zusammenhang zwischen Objektmasse und konstanter Endgeschwindigkeit. Führen Sie dafür eine Anpassung der Endgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Masse und eine weitere Anpassung der Endgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Wurzel der Masse durch.
- Interpretieren Sie nun die Ergebisse der Anpassungen. Betrachten Sie dafür den Quotient aus  $\chi^2$  und den Freiheitsgraden.

Wichtiger Hinweis: In der Software *Origin* wird  $\chi^2$  im Fit ausgegeben, aber fälschlicherweise als *Summe der Fehlerquadrate* bezeichnet.

Eine Untersuchung der Residuen sollte Ihnen ebenfalls Aufschluss über die Gültigkeit der Modelle geben. Zur Auffrischung Ihres Wissens über Modellüberprüfungen können Sie sich das Dokument "Das Wichtigste zu Messunsicherheiten im Überblick" aus der Vorbesprechung zum Praktikum erneut durchlesen: https://www.physik.kit.edu/514.php

• Abschließend berechnen Sie die Reynolds-Zahl mit Ihren Daten, um eine weitere Abschätzung für die Gültigkeit der Modelle zu erhalten.

#### 5.1.4 Hinweise

- Die verwendeten Massen und Massenunterschiede sind sehr gering. Achten Sie deshalb darauf, genau zu arbeiten.
- Die Masse des fallenden Objekts darf nicht zu groß sein, da sonst die konstante Endgeschwindigkeit nicht erreicht wird.

Beispiel: Bei einer Beispielmessung mit einer Deckenhöhe von 2,4m betrug die maximal verwendbare Masse ca. 2g, was in etwa 5 Muffinförmchen entspricht.

- Vermeiden Sie Parallaxenfehler!
- Achten Sie darauf, Ihre Handykamera auf eine möglichst hohe fps-Zahl einzustellen.
- Führen Sie das Experiment drinnen durch und vermeiden Sie Zugluft.
- Wählen Sie eine möglichst große Höhe zum Fallenlassen der Objekte im Raum, also beispielsweise Deckenhöhe.

## 5.2 Zusatzaufgabe

Die folgende Aufgabe ist optional und auf freiwilliger Basis.

#### 5.2.1 Ziel

Die Software *Tracker* wurde ursprünglich für schulische Zwecke entworfen. In der folgenden Aufgabe können Sie eine Funktion in *Tracker* kennenlernen, die für Sie als angehende Lehrkräfte interessant sein könnte.



Abbildung 5: Mögliche Auswertung der Modellanalyse mit der dynamischen Modellfunktion in Tracker.

Mithilfe der dynamischen Modellfunktion können Sie ohne Berücksichtigung von Messunsicherheiten graphisch den Verlauf der Datenpunkte einer Messung mit den theoretischen, aus den Modellen berechneten Punkten, vergleichen. Diese Art der Auswertung ermöglicht zwar keine quantitative Aussage über die Gültigkeit der Modelle, allerdings können so beispielsweise auch Schüler die offensichtliche Diskrepanz der Daten mit einem der Modelle erkennen.

#### 5.2.2 Messung und Durchführung

*Tracker* bietet die Möglichkeit, *dynamische Modelle* zu hinterlegen und berechnet darauf basierend die Koordinaten einer Punktmasse. Durch Eingabe der zu überprüfenden Modelle können Sie die damit berechneten Messpunkte mit den getrackten Messpunkten vergleichen.

- Für die Durchführung können Sie ein beliebiges Video aus der vorherigen Aufgabe verwenden.
- Öffnen Sie das Video in *Tracker* und tracken Sie die Position des Muffinförmchens für einen gesamten Fallvorgang.
- Führen Sie nun einen Modellvergleich durch. Nutzen Sie hierfür die Anleitung im Anhang.

#### 5.2.3 Auswertung

- Für die Auswertung tragen Sie die mit den Modellen bestimmten y-Koordinaten sowie die getrackten y-Koordinaten über der Zeit auf, die Sie aus den Wertetabellen in Tracker erhalten (z.B. in Origin/Excel/...).
- Erläutern Sie kurz das Ergebnis der graphischen Auswertung.

#### 5.2.4 Hinweise

• Für das Muffinförmchen können Sie einen  $c_W$ -Wert von etwa 0, 5 - 0, 6 annehmen.

# 6 Anleitung für die Verwendung der Modell-Funktion in *Tracker* für die optionale Zusatzaufgabe 5.2

- 1. Öffnen Sie in *Tracker* das Video, das Sie auswerten möchten, legen Sie ein Koordinatensystem an und erstellen Sie einen Kalibrierungsmaßstab.
- 2. Nun können Sie wie gewohnt den Fall eines Objekts tracken.
- 3. Klicken Sie nun für die Eingabe eines Modells auf Track  $\rightarrow Neu \rightarrow Dynamisches Modell \rightarrow rechtwinklige Koordinaten.$

🥙 Tracker				
Datei Bearbeiten Video	Track	Koordinaten Fenster	Hil	fe
		Punktmasse Schwerpunkt		<b>2 66%</b>
V		Vektor		
		Vektorsumme		
		Farbprofil, Linie		
		Farbregion		
		kinematisches Modell		
		Dynamisches Modell	•	rechtwinklige Koordinaten
		externes Modell	•	Polarkoordinaten
		Maßwerkzeuge	۲	Zwei-Körper-System
		Kalibrierungswerkzeuge	•	

Abbildung 6: Pfad zur Eingabe des dynamischen Modells in Tracker.

- 4. Nun öffnet sich ein Fenster, in dem Sie alle Parameter, Anfangswerte und Kräfte eingeben können:
  - (a) In der obersten Zeile legen Sie fest, innerhalb welchem Start- und Endpunkt Sie das Modell definieren möchten. Die Zahlen, die Sie angeben, geben das Bild innerhalb des Videos an. Mit der Festlegung eines Startbildes passt *Tracker* automatisch im Abschnitt *Anfangswerte* die Anfangszeit an.

۳	Modellierung:	Punktmasse,	dynamisch	(rechtwinklige l	(oordinaten)

Start 6 T End 230	÷
-------------------	---

Abbildung 7: Eingabe des Start- und	Endbilds des Videos für das Modell.
-------------------------------------	-------------------------------------

(b) Nun können Sie die Parameter angeben, die Sie für Ihr Modell benötigen, indem Sie auf *Hinzufügen* klicken. Dafür geben Sie in der Spalte Name ein Formelzeichen ein und können dann in der rechten Spalte den entsprechenden Ausdruck eintragen. So legen Sie beispielsweise fest, welche Masse das fallende Objekt im Video besitzt.

- Parameter -	Hinzufügen Kopiere	en Aus	schneiden	Einfügen	Synced
	Name			Ausdr	uck
m			1,0		

Abbildung 8: Eingabe der Parameter des Modells.

(c) Geben Sie jetzt die Funktionsgleichungen der wirkenden Kräfte (Strömungswiderstand sowie die Gewichtskraft) an, wie sie durch das Modell, das Sie prüfen möchten, gegeben sind. Dafür klicken

Sie die entsprechende Zeile in der Spalte *Ausdruck* doppelt an und geben die Funktion ein. Geben Sie die Variablen dabei nicht manuell ein, sondern klicken Sie diese im darunterliegenden Fenster an.

Funktionsgleichung der Kraft Hinzufügen Kopieren	Ausschneiden Einfügen
Name	Ausdruck
fx	
fy	
Doppel-Klicken, um die Zelle zu bearbeiten. In der Hilfe I	Variablen (klister en versionen versionen) f m x vx y vy t
	Zur Anpassung hier Klicken und Ziehen

Abbildung 9: Eingabe der Funktionsgleichung für die Kraft mit Anklicken der Variablen.

(d) Anschließend wählen Sie die Anfangswerte. Diese geben an, ab welchem Zeitpunkt und an welchen Koordinaten *Tracker* das Modell startet und ausgibt.

Hierfür schätzen Sie am besten zunächst Werte für die Anfangskoordinaten. Nach der Eingabe erscheinen die Punkte im Video. Nun können Sie die Koordinaten der Anfangswerte anpassen, bis diese mit dem Ort und Zeitpunkt des Loslassens des Objekts übereinstimmen.

Anfangswerte				
Name	Ausdruck			
t	0,100			
x	0,0			
у	2,4			
vx	0,0			
vy	0,0			

Abbildung 10: Eingabe der Anfangswerte. Durch Festlegung des Startbildes wird die Anfangszeit automatisch angepasst.

- 5. Wenn Sie nun das Video ablaufen lassen, werden Ihnen die von *Tracker* berechneten Daten basierend auf dem dynamischen Modell im Video angezeigt und zudem als Wertetabelle ausgegeben.
- 6. Sie können nun ein weiteres Modell anlegen und dann die berechneten Daten der Modelle mit den von Ihnen getrackten Messpunkten aus Schritt 2 vergleichen.